

平成27年度

新潟大学理学部第3年次編入学試験

数学科

筆記試験問題（数学）

注意事項

1. 開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始後、次のものが配布されているか確認してください。
問題冊子1部、解答用紙4枚、下書き用紙2枚
3. 問題は全部で4問あります。4問すべて解答してください。
各解答用紙に受験番号を記入してください。
4. 解答時間は120分です。途中で退席することはできません。
5. 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は各自持ち帰ってください。
6. 問題ごとに解答用紙があります。
解答は指定された解答用紙に記入してください。

1 次の各問いに答えよ。

(1) 等式 $\tan x = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ が $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ で成り立つような定数 a_n

のうち a_0 から a_5 までを求めよ。

(2) 不定積分 $\int \frac{1}{x^4+1} dx$ を求めよ。

2 行列

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

について、次の各問いに答えよ。

- (1) A の行列式の値を求めよ。
- (2) A の固有値をすべて求めよ。
- (3) A の各固有値に対する固有空間の基底を求めよ。
- (4) $P^{-1}AP$ が対角行列となる正則行列 P を求め、 A を対角化せよ。

3 $k \neq 0$ とするとき, 2変数関数 $f(x, y) = x^3 - 3kxy + y^3$ の極値を求めよ。

- 4 xyz -空間において、3点 $P_1(a_1, b_1, c_1)$, $P_2(a_2, b_2, c_2)$, $P_3(a_3, b_3, c_3)$ は、同一直線上にないとする。多項式 $f(x, y, z)$ を

$$f(x, y, z) = \begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ a_1 & b_1 & c_1 & 1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 1 \\ a_3 & b_3 & c_3 & 1 \end{vmatrix}$$

によって定める。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) $f(x, y, z)$ の定数項を求めよ。
- (2) $i = 1, 2, 3$ に対して、 $f(a_i, b_i, c_i) = 0$ が成り立つことを説明せよ。
- (3) $f(x, y, z) = 0$ は、3点 P_1, P_2, P_3 を通る平面の方程式であることを示せ。