課題レポートの例

中学１年生

No.

Date

問題[2] n個の要素からなる集合の部分集合(空集合も考える)は全部で 2^n こあることを示せ。

この集合の要素を順に $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_{n-1}, a_n$ とする。

ここで、部分集合を作る(空集合も考える)は、

各要素に対して部分集合に入れる、入れないのいずれかを選んだ結果、入った集合である。

	a_1	a_2	a_3	a_4	$\cdots$	a_{n-1}	a_n
部分集合に	入れる	入れる	入れる	入れる	$\cdots$	入れる	入れる
	入れない	入れない	入れない	入れない		入れない	入れない

↓

部分集合 $\{a_1, a_4, \cdots, a_{n-1}\}$

すると、n個の要素に対し２つの選択肢があるので、

$\overbrace{2\times2\times2\times\cdots\times2\times2}^{n個} = 2^n$ 通りある。

よって 2^n 通りの部分集合がある。

(証明終り)

高校１年生

問[6] $\sqrt{2}$が有理数でないことを示せ。

$\sqrt{2}$が有理数だとすると、互いに素である有理数を用いて

$\sqrt{2} = \frac{a}{b}$

$a = \sqrt{2}b$

$a^2 = 2b^2$ …①

よって a^2は偶数。したがって aも偶数である。

ゆえに、aはある自然数 cを用いて

$a = 2c$

これを①に代入すると、

$(2c)^2 = 2b^2$

$4c^2 = 2b^2$

$b^2 = 2c^2$

よって b^2は偶数。したがって bも偶数である。しかし、これは

aとbが互いに素であることに矛盾する。

したがって $\sqrt{2}$は有理数ではない。

問[3] 自然数全体の集合Nのカーディナル数と奇数全体の集合のカーディナル数は等しいか？理由をつけて答えよ。

等しい。

自然数をnとする。

自然数の要素のうち奇数のnと奇数全体の集合の要素のnを対応させて、自然数の要素のうち偶数のnと、奇数全体の集合の要素$-(n-1)$を対応させれば、1対1に対応する。

したがって、等しくなる。