

令和5年度
新潟大学理学部第3年次編入学試験解答用紙
自然環境科学プログラム
フィールド科学人材育成プログラム

受験番号	
------	--

I

1	$f(x) = 2x^3 + 3ax^2 - 3a$が x 軸と 3 点で交わる条件を求めればよい。$f(x)$は 3 次関数なので、その条件を満たすためには、$f(x)$が①極大、極小値を持ち、かつ②それらが異符号となる必要がある。$f'(x) = 6x(x + a)$なので、①を満たすためには $a \neq 0$ であることが必要で、この時、$x = 0, -a$で極値となる。よって②を満たすためには、$f(0)f(-a) < 0$が必要。 よって、$-3a \times \{2(-a)^3 + 3a(-a)^2 - 3a\} < 0$が条件で、これを整理すると、$a^2(a^2 - 3) > 0$。 これから $a < -\sqrt{3}$ または $a > \sqrt{3}$
2	不良品の個数は、0,1,2 のいずれかでこの個数の不良品が出る確率はそれぞれ、 $P(0) = \frac{{}_{90}C_2}{{}_{100}C_2} = \frac{90 \times 89}{100 \times 99} = \frac{89}{110}, \quad P(1) = \frac{{}_{90}C_1 \times {}_{10}C_1 \times 2}{{}_{100}C_2} = \frac{90 \times 10 \times 2}{100 \times 99} = \frac{2}{11}$ $P(2) = \frac{{}_{10}C_2}{{}_{100}C_2} = \frac{10 \times 9}{100 \times 99} = \frac{1}{110}$ となる。これより、不良品の個数の期待値 $E(X)$は $E(X) = 0 \times P(0) + 1 \times P(1) + 2 \times P(2) = \frac{2}{11} + \frac{2}{110} = \frac{22}{110} = \frac{1}{5}$ である。一方、分散 $V(X)$は $E(X^2) - E(X)^2$で定義されるから、 $V(X) = \{0^2 \times P(0) + 1^2 \times P(1) + 2^2 \times P(2)\} - \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{2}{11} + \frac{4}{110} - \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{24}{110} - \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{12}{55} - \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{12 - \frac{11}{5}}{55} = \frac{49}{275}$ 標準偏差 $S(X)$は、$S(X)^2 = V(X)$より、$S(X) = \sqrt{\frac{49}{275}} = \frac{7}{5\sqrt{11}}$

令和 5 年度
新潟大学理学部第 3 年次編入学試験解答用紙
自然環境科学プログラム
フィールド科学人材育成プログラム

受験番号	
------	--

I

3	(1)	$\nabla^2 \varphi = \nabla \cdot \nabla \varphi = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi = 4yz - 2y$
	(2)	$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial(xz)}{\partial x} + \frac{\partial(yz^2)}{\partial y} + \frac{\partial(x^2y)}{\partial z} = z + z^2$
	(3)	$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) = \nabla(z + z^2) = \frac{\partial(z + z^2)}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial(z + z^2)}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial(z + z^2)}{\partial z} \vec{e}_z = (2z + 1) \vec{e}_z$
4	連立微分方程式を、行列を使って表すと $\begin{pmatrix} \frac{dy_1}{dx} \\ \frac{dy_2}{dx} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$ となり、この行列を対角化すれば独立した 2 つの微分方程式になる。 この行列を対角化するための変換行列 U は $U = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3} & \sqrt{3} \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ で、固有値は $2 \pm \sqrt{3}$ となる。よって、U で変換された変数 $\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$ に対しては、$\begin{pmatrix} \frac{dz_1}{dx} \\ \frac{dz_2}{dx} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 + \sqrt{3} & 0 \\ 0 & 2 - \sqrt{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}$ となる。これから $z_1 = C_1 e^{(2+\sqrt{3})x}$, $z_2 = C_2 e^{(2-\sqrt{3})x}$ が求まり、逆変換 $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = U^{-1} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}$ により z_1, z_2 を y_1, y_2 にもどすと、$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ 1 & -\sqrt{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 e^{(2+\sqrt{3})x} \\ C_2 e^{(2-\sqrt{3})x} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} C_1 e^{(2+\sqrt{3})x} + \sqrt{3} C_2 e^{(2-\sqrt{3})x} \\ C_1 e^{(2+\sqrt{3})x} - \sqrt{3} C_2 e^{(2-\sqrt{3})x} \end{pmatrix}$ よって、一般解は、$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 e^{(2+\sqrt{3})x} + C_2 e^{(2-\sqrt{3})x} \\ C_1 e^{(2+\sqrt{3})x} - C_2 e^{(2-\sqrt{3})x} \end{pmatrix}$ (連立方程式より変数を一つ消去し、特性方程式を用いて解く方法でも可)	

令和5年度
新潟大学理学部第3年次編入学試験解答用紙
自然環境科学プログラム
フィールド科学人材育成プログラム

受験番号	
------	--

Ⅱ

1	(1)	図 2 a の 分 子 2 個 に 含 ま れ る 原 子	
		の 数 よ り も 多 く の 原 子 を 必 要 と す	30
		る 分 子 は 1 回 の 反 応 で は 生 じ な い	
		。	60
	(2)	フ ラ ス コ A に 放 電 を 行 な う こ と で	
		原 始 大 気 を 想 定 し 、 雨 が 降 り 注 ぎ	30
		気 温 の 高 か っ た 原 始 海 洋 を フ ラ ス	
		コ B で 想 定 し た 。	60
			90

令和5年度
新潟大学理学部第3年次編入学試験解答用紙
自然環境科学プログラム
フィールド科学人材育成プログラム

受験番号	
------	--

II

[illegible]

受験番号	
------	--

3

[illegible]

令和5年度
新潟大学理学部第3年次編入学試験解答用紙
自然環境科学プログラム
フィールド科学人材育成プログラム

受験番号	
------	--

II

[illegible]