

令和2年度

新潟大学理学部第3年次編入学試験

数学プログラム

筆記試験問題（数学）

注意事項

1. 開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始後、次のものが配布されているか確認してください。  
問題冊子1部、解答用紙4枚、下書き用紙2枚
3. 問題は全部で4題あります。4題すべて解答してください。  
各解答用紙に受験番号を記入してください。
4. 解答時間は120分です。途中で退席することはできません。
5. 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は各自持ち帰ってください。
6. 問題ごとに解答用紙があります。  
解答は指定された解答用紙に記入してください。

**1** 次の各問いに答えよ。

(1) 不定積分  $\int \frac{4}{4x^2 + 3} dx$  を求めよ。

(2) 不定積分  $\int \frac{x}{x^3 - 1} dx$  を求めよ。

(3) 不定積分  $\int \frac{1}{x^3 + 1} dx$  を求めよ。

2  $4 \times 4$  行列

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

について、次の各問いに答えよ。

- (1)  $A$  の行列式の値を求めよ。
- (2)  $A$  の固有値をすべて求めよ。
- (3)  $A$  の各固有値に対する固有空間の基底を求めよ。
- (4)  $P^{-1}AP$  が対角行列となる正則行列  $P$  を求め、 $A$  を対角化せよ。

**3** 次の各問いに答えよ。

- (1)  $0 < a < b$  とし,  $k > 0$  とする。直線  $y = kx$  の  $a \leq x \leq b$  にある部分を  $x$  軸のまわりに回転してできる回転面の曲面積を求めよ。
- (2)  $a \leq x \leq b$  における非負の関数  $f(x)$  は  $C^1$  級とする。曲線  $y = f(x)$  ( $a \leq x \leq b$ ) を  $x$  軸のまわりに回転してできる回転面の曲面積を求めよ。

4  $n$ 次実正則行列  $A = (a_{ij})_{1 \leq i, j \leq n}$  について、次の各問いに答えよ。ただし、 ${}^t A$  は  $A$  の転置を表す。

(1)  $A {}^t A$  は対称行列であることを示せ。

(2)  $A {}^t A$  の固有値を  $\lambda$ 、対応する大きさ1の固有ベクトルを  $x$  とする。 $\lambda$  は

$$\lambda = {}^t x A {}^t A x$$

と表されることを示せ。ただし、 ${}^t x$  は  $x$  の転置を表す。

(3)  $A {}^t A$  の固有値は正であることを示せ。

(4)  ${}^t A A$  の固有値は  $A {}^t A$  の固有値と一致することを示せ。

(5)  $A$  の成分の2乗和  $\sum_{i, j=1}^n a_{ij}^2$  は  $A {}^t A$  の固有値の総和に等しいことを示せ。