

平成27年度

# 新潟大学理学部推薦入学試験

## 数 学 科

### 基礎学力試験問題

#### 注意事項

1. 開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始後、次のものが配布されているか確認してください。  
問題冊子1部、解答用紙4枚、下書き用紙2枚
3. 問題は全部で4題あります。4題すべて解答してください。  
各解答用紙に受験番号を記入してください。
4. 解答時間は、120分です。途中で退席することはできません。
5. 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は各自持ち帰ってください。
6. 問題ごとに解答用紙があります。  
解答は指定された解答用紙に記入してください。

**1** 次の問いに答えよ。

(1) 次の数の大小関係を調べよ。

$$5^{\frac{1}{2}}, \quad 12^{\frac{1}{3}}, \quad 55^{\frac{1}{5}}$$

(2) 整式  $P(x)$  を  $x-1$  で割ると 2 余り,  $x-2$  で割ると 7 余る。  $P(x)$  を  $(x-1)(x-2)$  で割ったときの余りを求めよ。

(3)  $a^2 - 2a + 2ab = 0$  と  $2ab - 2b + b^2 = 0$  の両方を満たす実数  $a, b$  の組をすべて求めよ。

(4) 四面体 ABCD において

$$\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ, \quad \angle DBC = 60^\circ, \quad \angle DCB = \angle ABD = 45^\circ,$$

$$BC = 1$$

であるとき, AD の長さを求めよ。

**2** 2 つの実数  $\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ,  $\beta = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$  に対して,  $a_n = \frac{1}{\sqrt{5}}(\alpha^n - \beta^n)$  で数列  $\{a_n\}$  を定める。このとき, 次の問いに答えよ。

(1)  $a_1, a_2, a_3, a_4$  を求めよ。

(2) すべての自然数  $n$  に対して,  $\alpha^{n+2} = \alpha^{n+1} + \alpha^n$  と  $\beta^{n+2} = \beta^{n+1} + \beta^n$  が成り立つことを示せ。

(3)  $a_{n+2}$  を  $a_{n+1}$  と  $a_n$  を用いて表せ。

(4)  $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = a_{n+2} - 1$  が成り立つことを示せ。

(5)  $n$  段の階段を 1 段または 2 段ずつ上がる時, その上がり方は何通りあるか。その理由と共に答えよ。

3  $\vec{0}$  でない 2 つのベクトル  $\vec{x}$  と  $\vec{y}$  は平行でないとする。また、 $a = |\vec{x}|$ 、 $b = |\vec{y}|$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1)  $a = b$  のとき、 $\vec{x} + \vec{y}$  は  $\vec{x}$  と  $\vec{y}$  のなす角を 2 等分することを示せ。

(2)  $b\vec{x} + a\vec{y}$  は  $\vec{x}$  と  $\vec{y}$  のなす角を 2 等分することを示せ。

(3)  $\triangle ABC$  において、 $\angle BAC$  の 2 等分線と辺  $BC$  との交点を  $D$  とする。このとき、

$$\frac{|\overrightarrow{BD}|}{|\overrightarrow{CD}|} = \frac{|\overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{AC}|}$$

が成り立つことを示せ。

4 2 次関数  $y = f(x)$  のグラフは直線  $x = \frac{2}{3}$  を軸とし、 $\left(\frac{1}{3}, f\left(\frac{1}{3}\right)\right)$  における接線は関数  $g(x) = 2 \sin(\pi x) \cos(\pi x) - \sin(\pi x)$  のグラフの  $\left(\frac{1}{3}, g\left(\frac{1}{3}\right)\right)$  における接線と一致する。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 微分係数  $g'\left(\frac{1}{3}\right)$  を求めよ。

(2) 関数  $f(x)$  を求めよ。

(3) 定積分  $\int_0^1 |f(x)| dx$  を求めよ。