

平成29年度

新潟大学理学部推薦入学試験

数 学 プログラム

基礎学力試験問題

注意事項

1. 開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始後、次のものが配布されているか確認してください。
問題冊子1部，解答用紙4枚，下書き用紙2枚
3. 問題は全部で4題あります。4題すべて解答してください。
各解答用紙に受験番号を記入してください。
4. 解答時間は，120分です。途中で退席することはできません。
5. 試験終了後，問題冊子と下書き用紙は各自持ち帰ってください。
6. 問題ごとに解答用紙があります。
解答は指定された解答用紙に記入してください。

1 次の問いに答えよ。

(1) $x = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ とするとき、 $\left(x + \frac{1}{x}\right)^4$ の値を求めよ。

(2) 方程式 $\log_2(3^{x+2} + 5) - \log_2(3^x + 4) = 3$ を解け。

(3) 2, 2, 2, 2, 3, 3, 5 の 7 個の数字全部を 1 列に並べてできる 7 桁の整数の個数を求めよ。

(4) a, b を実数とする。次の命題 (i), (ii) の真偽をそれぞれ調べ、真である場合には証明し、偽である場合には反例をあげよ。

(i) a, b の少なくとも一方が無理数であるならば、 $a + b, a - b$ の少なくとも一方は無理数である。

(ii) a, b がともに正の無理数であるならば、 $a + b, ab$ の少なくとも一方は無理数である。

2 $\triangle OAB$ において、 $OA = 4$, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \frac{5}{2}$ とする。辺 AB を $2:1$ の比に内分する点を C とし、点 C から直線 OA に下ろした垂線と直線 OA の交点を D とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とするとき、次の問いに答えよ。

(1) \overrightarrow{OC} を \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。

(2) \overrightarrow{CD} を \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。

(3) $OB = 5$ のとき、 $\triangle ACD$ の面積を求めよ。

3 a を正の実数とする。関数

$$f(x) = \frac{(a-x)^2}{1-x^2} \quad (0 < x < 1)$$

について、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。
- (2) $a \neq 1$ のとき、 $f(x)$ の最小値を求めよ。
- (3) $a = \frac{1}{2}$ のとき、 $y = f(x)$ のグラフをかけ。

4 次の問いに答えよ。

- (1) 数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 5$, $a_{n+1} = \frac{3a_n - 4}{a_n - 1}$ で定める。数列 $\{b_n\}$ を $b_n = a_n + \alpha$ で定め、 $b_{n+1} = \frac{b_n}{b_n + \beta}$ をみたすような整数 α , β を求めることにより、数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (2) 数列 $\{x_n\}$ を $x_1 = -2$, $x_{n+1} = \frac{-2x_n + 1}{x_n - 2}$ で定める。数列 $\{y_n\}$ を $y_n = \frac{x_n + \gamma}{x_n - \gamma}$ で定め、 $\{y_n\}$ が等比数列となるような整数 γ を2つ求めることにより、数列 $\{x_n\}$ の一般項を求めよ。