

平成30年度

新潟大学理学部推薦入学試験

数 学 プログラム

基礎学力試験問題

注意事項

1. 開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始後、次のものが配布されているか確認してください。
問題冊子1部、解答用紙4枚、下書き用紙2枚
3. 問題は全部で4題あります。4題すべて解答してください。
各解答用紙に受験番号を記入してください。
4. 解答時間は、120分です。途中で退席することはできません。
5. 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は各自持ち帰ってください。
6. 問題ごとに解答用紙があります。
解答は指定された解答用紙に記入してください。

1 次の問いに答えよ。

(1) $x + y + z = 0$, $xyz = 1$ のとき, 次の式の値を求めよ。

$$x^3 + y^3 + z^3$$

(2) 次の式を計算せよ。ただし, i は虚数単位とする。

$$i + 2i^2 + 3i^3 - \frac{1}{i} - \frac{2}{i^2} - \frac{3}{i^3}$$

(3) 次の関数の最大値と最小値, およびそのときの x の値を求めよ。

$$y = 3\sqrt{3}\sin^2 x + \sqrt{3}\cos^2 x + 2\sin x \cos x \quad (0 \leq x < 2\pi)$$

(4) 次の式の値を求めよ。

$$100^{\log_9 27}$$

2 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ がある。

$$a_1 = 2, \quad b_1 = 1, \quad a_{n+1} = 3b_n, \quad b_{n+1} = -2a_n + 5b_n$$

このとき, 次の問いに答えよ。

(1) 数列 $\{c_n\}$, $\{d_n\}$ を

$$c_n = a_n - b_n, \quad d_n = -2a_n + 3b_n$$

により定める。数列 $\{c_n\}$, $\{d_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$ を求めよ。

3 四面体 $OABC$ において、辺 OA の中点を P 、辺 BC を $1:2$ に内分する点を Q 、辺 OB を $2:3$ に内分する点を R 、辺 CA を $t:1-t$ に内分する点を S とする。ここで $0 < t < 1$ である。 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$ 、 $\vec{OC} = \vec{c}$ とするとき、次の問いに答えよ。

(1) \vec{OQ} 、 \vec{OS} を \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} および t を用いて表せ。

(2) 直線 PQ と直線 RS が交わるような t の値を求めよ。

(3) 直線 PQ と直線 RS が交わるときの交点を T とする。 $\triangle PST$ と $\triangle QRT$ の面積の比を求めよ。

4 曲線 $y = \sqrt{3-2x}$ 上の点 $P(t, \sqrt{3-2t})$ ($t < \frac{3}{2}$) における接線を l とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) l の方程式を t を用いて表せ。

(2) l と x 軸、 y 軸によって囲まれる三角形の面積 S を t を用いて表せ。

(3) S の最小値と、そのときの点 P の座標を求めよ。