

平成31年度

新潟大学理学部推薦入学試験

数学プログラム

基礎学力試験問題

注意事項

1. 開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始後、次のものが配布されているか確認してください。
問題冊子1部、解答用紙4枚、下書き用紙2枚
3. 問題は全部で4題あります。4題すべて解答してください。
各解答用紙に受験番号を記入してください。
4. 解答時間は、120分です。途中で退席することはできません。
5. 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は各自持ち帰ってください。
6. 問題ごとに解答用紙があります。
解答は指定された解答用紙に記入してください。

1 次の問いに答えよ。

(1) $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ の整数部分を a , 小数部分を b とする。 a と b の値を求めよ。

(2) 次の方程式を解け。

$$(\log_3 x)^4 - (\log_3 x)(\log_3 x^3) + \log_3 x^2 = 0$$

(3) $0 \leq x < 2\pi$ のとき, 次の不等式を解け。

$$\sqrt{2} \sin 2x - \sqrt{2} \sin x - 2 \cos x + 1 < 0$$

(4) 4種類の数字 0, 1, 2, 3 を用いて表される自然数を, 次のようにカードに書いて用意する。

1 2 3 10 11 1210

つまり, 小さい数から順番に 1 つずつ 1 枚のカードに書いて, 1 から 1210 まで用意する。これらの中から 1 枚のカードを取り出すとき, そのカードに書かれた数が 3 の倍数である確率を求めよ。

2 三角形 ABC と点 P が $3\vec{PA} + 4\vec{PB} + \vec{PC} = \vec{0}$ を満たすとき, 次の問いに答えよ。

(1) $\vec{AB} = \vec{b}, \vec{AC} = \vec{c}$ とおく。このとき, \vec{AP} を \vec{b}, \vec{c} を用いて表せ。

(2) 点 P が三角形 ABC の内部にあることを示せ。

(3) 面積の比 $\Delta PAB : \Delta PBC : \Delta PCA$ を求めよ。

3 次の条件によって定められる数列 $\{x_n\}$ がある。

$$x_1 = 1, x_2 = 4, x_{n+2} = (p+3)x_{n+1} - 3px_n$$

次の問いに答えよ。ただし p は実数である。

- (1) 数列 $\{a_n\}$ を $a_n = x_{n+1} - px_n$ により定める。数列 $\{a_n\}$ の一般項を p を用いて表せ。
- (2) 数列 $\{b_n\}$ を $b_n = x_{n+1} - 3x_n$ により定める。数列 $\{b_n\}$ の一般項を p を用いて表せ。
- (3) $p \neq 3$ のとき、数列 $\{x_n\}$ の一般項を p を用いて表せ。
- (4) $p = 3$ のとき、数列 $\{c_n\}$ を $c_n = \frac{x_n}{3^n}$ により定める。このとき数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。

4 関数 $f(x) = (x+3)\sqrt{-x^2 - 2x + 3}$ ($-3 \leq x \leq 1$) について、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。
- (2) $f(x)$ の最大値を求めよ。
- (3) 極限 $\lim_{x \rightarrow -3+0} f'(x)$ と $\lim_{x \rightarrow 1-0} f'(x)$ を求めよ。