

令和2年度

新潟大学理学部推薦入学試験

数学プログラム

基礎学力試験問題

注意事項

1. 開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始後、次のものが配布されているか確認してください。
問題冊子1部、解答用紙4枚、下書き用紙2枚
3. 問題は全部で4題あります。4題すべて解答してください。
各解答用紙に受験番号を記入してください。
4. 解答時間は、120分です。途中で退席することはできません。
5. 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は各自持ち帰ってください。
6. 問題ごとに解答用紙があります。
解答は指定された解答用紙に記入してください。

1 次の問いに答えよ。

- (1) 不等式 $|x - 1| + 2 < |2x - 3|$ を解け。
- (2) 赤玉 5 個, 青玉 4 個, 白玉 3 個が入っている袋から, 同時に 2 個の玉を取り出すとき, 2 個とも同じ色である確率を求めよ。
- (3) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ のとき, 関数 $f(x) = -2(\sin x - \cos x) + 4 \sin x \cos x$ の最大値, 最小値を求めよ。
- (4) $x^3 = 1$ を満たす虚数解の 1 つを ω とするとき, $\frac{\omega^{2019} + \omega^{1123} - \omega^5}{\omega + 1}$ の値を求めよ。

2 点 O を原点とする座標空間に, 3 点 $A(1, 1, -1)$, $B(2, 1, 0)$, $C(2, 2, -1)$ がある。点 A を通り, 直線 BC に平行な直線上の点で原点からの距離が最小となる点を D とする。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 点 D の座標を求めよ。
- (2) 2 つの直線 AB と CD の交点の座標を求めよ。
- (3) 直線 CD 上の点 E で, \vec{OD} と \vec{OE} のなす角が \vec{OA} と \vec{OD} のなす角と等しくなる点 E の座標をすべて求めよ。

3 関数 $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 導関数 $f'(x)$ を求めよ。
- (2) 第2次導関数 $f''(x)$ を求めよ。
- (3) $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ。

4 数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{4a_n + 1}{2a_n + 5}$ で定める。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 数列 $\{b_n\}$ を $b_n = \frac{a_n - \alpha}{a_n - \beta}$ で定め、 $\{b_n\}$ が等比数列となるような α, β を求めよ。ただし、 $\alpha > \beta$ とする。
- (2) (1) で定めた等比数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (4) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。