

令和3年度

## 新潟大学理学部学校推薦型選抜

### 数学プログラム

### 基礎学力試験問題

#### 注意事項

1. 開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始後、次のものが配布されているか確認してください。  
問題冊子1部、解答用紙4枚、下書き用紙2枚
3. 問題は全部で4題あります。4題すべて解答してください。  
各解答用紙に受験番号を記入してください。
4. 解答時間は、120分です。途中で退席することはできません。
5. 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は各自持ち帰ってください。
6. 問題ごとに解答用紙があります。  
解答は指定された解答用紙に記入してください。

**1** 次の問いに答えよ。

(1)  $(x+2)^6$  の展開式を求めて、 $2022^6$  を  $2020^2$  で割ったときの余りを求めよ。

(2)  $\alpha = \frac{\pi}{5}$  のとき、 $\cos 2\alpha + \cos 3\alpha = 0$  が成り立つことを証明し、 $\cos \frac{2}{5}\pi$  の値を求めよ。

(3) 次の方程式を解け。

$$3^{2x+2} - 6 \cdot 9^x - 7 \cdot 3^{x+1} - 2 \cdot 3^3 = 0$$

(4) 1 個のさいころを投げて、1 の目が出たら得点が +5 されて、それ以外の目が出たら得点が -1 されるゲームを行う。さいころを 6 回投げたとき、得点の合計が 6 である確率を求めよ。

**2** 三角形 OAB において、 $OA = 2\sqrt{2}$ 、 $OB = \sqrt{5}$ 、 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 3$  とする。また、点 O から直線 AB に下した垂線と直線 AB の交点を E とし、点 A から直線 OB に下した垂線と直線 OB の交点を F とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1)  $\vec{OF} = m\vec{OB}$  としたとき、 $m$  の値を求めよ。

(2)  $AE : EB$  を求めよ。

(3) 直線 OE が直線 AF と交わる点を H とする。このとき、三角形 OAB と三角形 OAH の面積の比を求めよ。

3 数列  $\{x_n\}$  を次のように定める。

$$x_1 = 0, \quad x_{n+1} = \frac{(n+1)x_n + 1}{x_n + (n+1)}$$

このとき、次の問いに答えよ。

(1)  $x_2, x_3, x_4, x_5$  を求めよ。

(2)  $y_n = (n^2 + n + 2)x_n$  としたとき、 $y_1, y_2, y_3, y_4$  を求めよ。

(3) 数列  $\{x_n\}$  の一般項を求めよ。

4 関数  $f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$  に対して、次の問いに答えよ。

(1) 極限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$  を求めよ。

(2)  $a \neq 0$  に対して、 $f'(a)$  を求めよ。

(3)  $f'(0)$  を求めよ。