

令和5年度

新潟大学理学部学校推薦型選抜

数学プログラム

基礎学力試験問題

注意事項

1. 開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始後、次のものが配布されているか確認してください。
問題冊子1部、解答用紙4枚、下書き用紙2枚
3. 問題は全部で4題あります。4題すべて解答してください。
各解答用紙に受験番号を記入してください。
問題ごとに解答用紙があります。
解答は指定された解答用紙に記入してください。
4. 解答時間は、120分です。途中で退席することはできません。
5. 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は各自持ち帰ってください。

1 次の問いに答えよ。

- (1) n 進法で表された自然数 a を $a_{(n)}$ と表す。次の計算の結果を 5 進法で表せ。

$$432_{(5)} \times 341_{(5)}$$

- (2) 1, 1, 2, 2, 4, 4, 4 の 7 個の数字全部を使ってできる 7 桁の整数の内、2200000 以上の偶数の個数を求めよ。

- (3) $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき、次の関数の最大値と最小値を求めよ。また、そのときの θ の値をそれぞれ求めよ。

$$y = 4\sqrt{2} \cos^3 \theta - 4\sqrt{6} \sin \theta \cos^2 \theta - 3\sqrt{2} \cos \theta + \sqrt{6} \sin \theta + 2$$

- (4) 次の不等式をみたす x の値の範囲を求めよ。

$$4^{x+\frac{1}{4}} + 2^{x+\frac{5}{2}} - 4 \cdot 2^x - 16 < 0$$

2 関数 $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ と第 2 次導関数 $f''(x)$ を求めよ。

- (2) 関数 $f(x)$ の最小値を求めよ。

- (3) $y = f(x)$ の増減、グラフの凹凸を調べて、グラフの概形をかけ。

3 数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = -5$, $a_{n+1} = \frac{-5a_n + 4}{a_n - 5}$ で定める。次の問いに答えよ。

(1) 数列 $\{b_n\}$ を $b_n = \frac{a_n + \alpha}{a_n - \alpha}$ で定めたとき, $\{b_n\}$ が等比数列となるような

整数 α を 2 つ求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

4 点 P を中心とする半径 r の円 C 上に異なる 3 点 O, A, B をとる。 $OA = 9$, $OB = 6$, $\angle AOB = \frac{\pi}{3}$ とする。 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OP} = \vec{p}$ とおくとき、

次の問いに答えよ。

(1) $\triangle OAB$ の面積を求めよ。

(2) \vec{a} と \vec{p} の内積 $\vec{a} \cdot \vec{p}$, および, \vec{b} と \vec{p} の内積 $\vec{b} \cdot \vec{p}$ の値をそれぞれ求めよ。

(3) \vec{p} を \vec{a} と \vec{b} を用いて表せ。

(4) 円 C の半径 r を求めよ。