平成31年度

新潟大学理学部第３年次編入学試験

物理学プログラム

筆記試験問題（物理学）

注意事項

１．開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけません。

２．試験開始後，次のものが配布されているか確認してください。
問題冊子１部，解答用紙３枚

３．問題は全部で３題あります。３題すべて解答してください。
各解答用紙に受験番号を記入してください。

４．解答時間は，１２０分です。途中で退席することはできません。

５．試験終了後，問題冊子は各自持ち帰ってください。

I.

1. 図のようなヨーヨーの運動について考える。半径 a の軸のまわりに十分長い糸が巻きつけられていて，糸のもう一方の端は固定されている。静止した状態から，時刻 $t=0$ にヨーヨーは回転をはじめ，巻かれた糸を，滑らかにほどきながら，重力により鉛直下向きに運動をした。x 軸を鉛直下向きにとり，時刻 t での重心の位置を x とする。ヨーヨーの重心まわりの角速度を ω とする。ヨーヨーの質量を M，重心まわりの慣性モーメントを I として，以下の問いに答えよ。ただし，糸はたるまず，常に鉛直方向にまっすぐのびているとする。重力加速度の大きさを g とし，糸の質量，糸の太さ，空気抵抗は無視できるものとする。

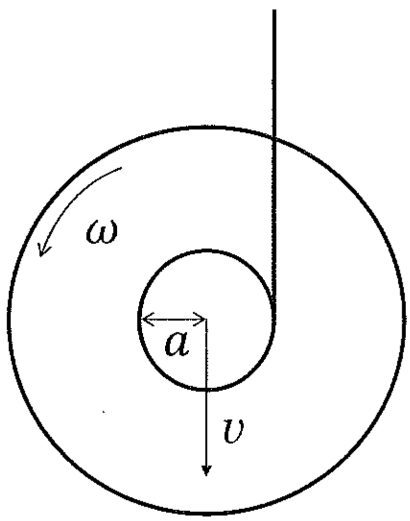
   a. 糸の張力を T として，重心の位置 x と，重心まわりの角速度 ω について，運動方程式をそれぞれ書け。

   b. 重心の速度 $v = \dfrac{dx}{dt}$ と角速度 ω の関係を答えよ。

   c. 角速度 ω と張力 T を消去し，ヨーヨーの重心の加速度を求めよ。

   d. 時刻 t における重心の速度 v を求めよ。ただし，ω と T を用いてはいけない。

   e. 時刻 $t=0$ で $x=0$ として，時刻 t における重心の位置 x を求めよ。ただし，ω と T を用いてはいけない。



2. 質量 m の小物体を，重力加速度の大きさが g の一様な重力のもと，時刻 $t=0$ から落下させた。落下中に速度の 2 乗に比例した空気抵抗力が速度と逆向きにはたらく場合について，以下の問いに答えよ。ただし，x 軸を鉛直下向きにとり，$t=0$ での初速度を 0 とする。

   a. 速度を $v=\dfrac{dx}{dt}$，落下する物体にはたらく空気抵抗力の大きさを bv^2 として，運動方程式を書け。ただし，b は正の定数である。

   b. 重力と空気抵抗力がつりあう速度 v_{T} を求めよ。

   c. 時刻 t における速度 v を求めよ。ただし，前問の v_{T} を用いてもよい。

   d. 横軸を時刻 t，縦軸を速度 v としたグラフの概形を描け。

II.

1. 真空中に置かれた2個の導体からなるコンデンサについて考える。以下の問いに答えよ。

   a. 導体 X に正電荷 $+Q$ を，導体 Y に負電荷 $-Q$ をそれぞれ与えた。電荷を与えた後の導体 X と導体 Y の電位をそれぞれ ϕ_X，ϕ_Y とする。このコンデンサの静電容量 C を表す式を書け。

次に図1のような，真空中に置かれた，厚さの無視できる半径 a の導体球殻 A と半径 b の導体球殻 B からなる同心球コンデンサについて考える。なお，$a < b$ とする。導体 A と導体 B にそれぞれ $+Q$，$-Q$ の電荷を与えた。真空中の誘電率を ε_0 として，以下の問いに答えよ。

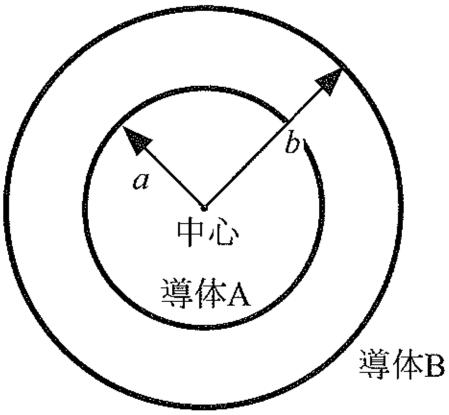


図1

   b. 球殻の中心から距離 r での電場の大きさと向きを答えよ。

   c. 導体 A の電位を答えよ。ただし，導体 B の電位を 0 とする。

   d. この同心球コンデンサの静電容量を求めよ。

2. 図2のような，起電力 E_1，E_2 の電池と，同じ抵抗値 r の抵抗 r_1，r_2，r_3，r_4，r_5 を接続した回路を考える。電池の内部抵抗は無視できるものとして，以下の問いに答えよ。

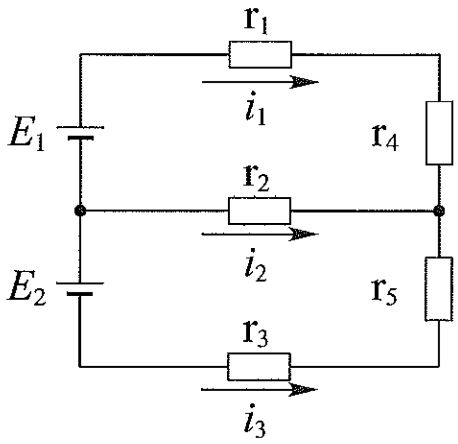


図2

a. 図2のように抵抗 r_1，r_2，r_3 に流れる電流をそれぞれ i_1，i_2，i_3 としたとき，これらの電流の間の関係を書け。

b. 抵抗 r_1，r_4，r_2 と E_1 の電池を含む閉回路と，抵抗 r_2，r_5，r_3 と E_2 の電池を含む閉回路のそれぞれについて，起電力と電流と抵抗値についての関係を書け。

c. i_1 を r，E_1，E_2 を用いて表せ。

d. r_4 で発生するジュール熱を r，E_1，E_2 を用いて表せ。

III.

1. 力の場 $\vec{F} = (ax - by, ay - bz, az - bx)$ がある。ここで，a と b は定数，$\vec{r} = (x, y, z)$ は位置ベクトルである。以下の問いに答えよ。

   a. $\vec{F}$ の発散 $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$ を求めよ。

   b. $\vec{F}$ の回転 $\vec{\nabla} \times \vec{F}$ を求めよ。

   c. $\vec{F}$ が保存力であるための条件を a，b，x，y，z のうち必要なものを用いて表せ。

2. 1 次元調和振動子の運動方程式は，$x(t)$ を時間 t の関数として，$\dfrac{d^2x(t)}{dt^2} + \omega^2 x(t) = 0$ と表される。ここで，ω は正の定数である。以下の問いに答えよ。

   a. $x(t)$ に対する一般解を書け。

   b. 時刻 $t = 0$ において，$x(0) = a$ かつ $\left.\dfrac{dx(t)}{dt}\right|_{t=0} = 0$ となる場合を考える。ここで，a は正の定数である。このとき，$x(t) = 0$ となるような正の時刻 t をすべて求めよ。

3. 物理学で用いる近似式について，以下の問いに答えよ。

   a. 物理学では，関数 $\phi(x) = \dfrac{1}{x^2 + a^2}$ を用いることがある。ここで，a は正の定数である。条件 $|x| \ll a$ が満たされるとき，$\phi(x)$ を 2 次式 $A + Bx + Cx^2$ で近似する。このとき，定数 A，B，C をそれぞれ求めよ。

   b. 物理学では，関数 $f(x) = \dfrac{x^2}{e^x - 1}$ を用いることがある。条件 $|x| \ll 1$ が満たされるとき，$f(x)$ を 1 次式 $\alpha + \beta x$ で近似する。このとき，定数 α と β をそれぞれ求めよ。