令和２年度

# 新潟大学理学部第３年次編入学試験

## 物理学プログラム

## **筆記試験問題（物理学）**

注意事項

１．開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけません。

２．試験開始後，次のものが配布されているか確認してください。
問題冊子１部，解答用紙３枚

３．問題は全部で３題あります。３題すべて解答してください。
各解答用紙に受験番号を記入してください。

４．解答時間は，１２０分です。途中で退席することはできません。

５．試験終了後，問題冊子は各自持ち帰ってください。

I.

1. 図 1 のように，内半径 $a$ の中空状の円筒が，その中心軸 O が水平になるように固定されている。円筒の内面に質量 $m$ の質点が置かれており，その質点は中心軸 O に垂直な面内を，円筒の内面に沿って滑らかに運動する。円筒の最下部 A に対し，OA から測った質点の位置を表す角度を $\theta$ とする。重力加速度の大きさを $g$ とし，以下の問いに答えよ。

   a. 質点の運動方程式を書け。ただし，$|\theta| < \pi/2$ とする。

   b. 質点の運動を微小振動 $(|\theta| \ll 1)$ とみなして運動方程式の解を求めよ。ただし，質点は時刻 $t = 0$ において，$\theta = \theta_0$ の位置で静止していたとする。

   c. 質点の微小振動の周期を求めよ。

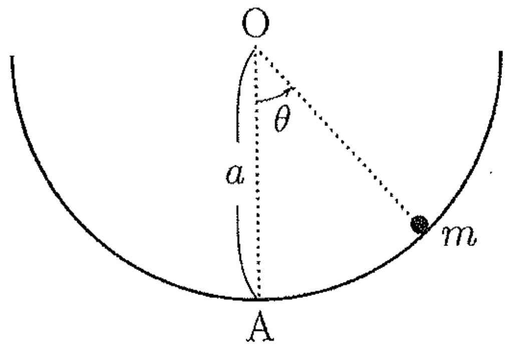


図 1

2. 図 2 のように，内半径 $a$ の中空状の円筒が，その中心軸 O が水平になるように固定されている。円筒の内面には，一様な材質でできた質量 $m$, 半径 $b$ の円柱がその軸を水平にして置かれている。円筒の内面は粗く，円柱は滑らずに運動する。円筒の最下部 A に対し，OA から測った円柱の中心軸の角度を $\theta$, 円柱のその中心軸周りの角速度を $\omega$ とする。重力加速度の大きさを $g$ とし，以下の問いに答えよ。

   a. 円柱の中心軸周りの慣性モーメントが $\dfrac{mb^2}{2}$ となることを示せ。

   b. 円柱が受ける摩擦力を $F$ とし，円柱の重心運動と回転運動についての運動方程式を書け。 ただし，$|\theta| < \pi/2$ とする。

   c. 円柱が滑らないことより，$(a-b)\dfrac{d\theta}{dt} = b\omega$ が成り立つことに注意し，円柱が $\theta$ の位置にあるときの摩擦力 $F$ を求めよ。

   d. $|\theta| \ll 1$ のとき，円柱の微小振動の周期が，1 ページの問題 1.c の周期と一致した。このときの円柱の半径 $b$ を求めよ。

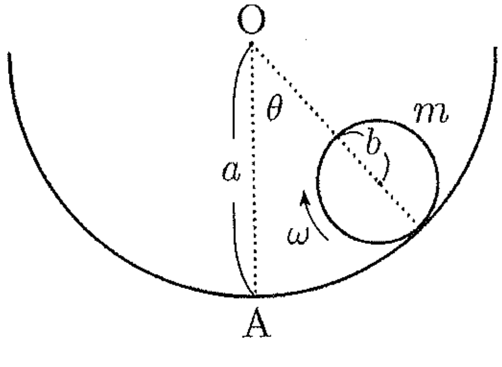


図 2

II.

1. 真空中に直交座標系を考えて，その原点 O に電気量 $q$ の点電荷をおく。真空の誘電率を $\epsilon_0$ とし，無限遠の電位を 0 として，以下の問いに答えよ。

   a. 位置 $\vec{r} = (x, y, z)$ での電束密度ベクトルと電場ベクトルをそれぞれ求めよ。

   b. 位置 $\vec{r} = (x, y, z)$ での電位を求めよ。

   次に図 1 のように，$y = a\ (a > 0)$ の位置に無限に大きい金属板を $y$ 軸に垂直におく。

   c. 金属板上の異なる 2 点 $\vec{r}_1 = (x_1, a, z_1)$，$\vec{r}_2 = (x_2, a, z_2)$ の電位の差を求めよ。

   d. 位置 $\vec{r} = (x, y, z)$ での電位を求めよ。ただし，$y < a$ とする。

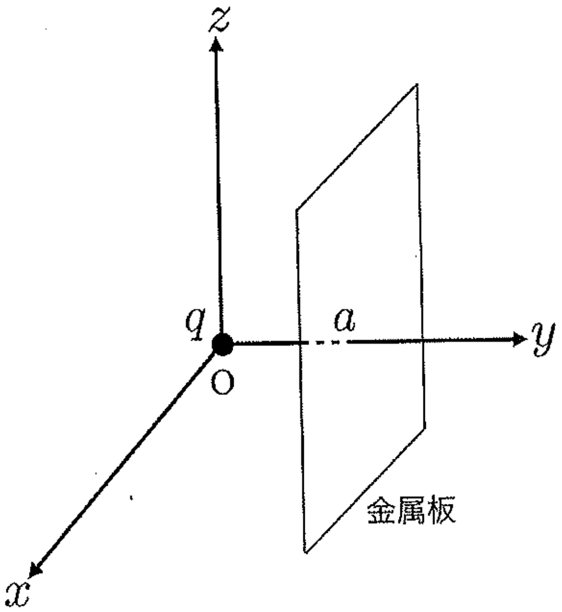


図 1

2. 図2のように，無限に長い半径 $a$ の薄い円筒状の導体の内側に，無限に長い半径 $b$ の円柱状の導体が，真空中におかれている。ただし，これらの導体は中心軸が一致している。それぞれの導体には図2のように，軸に平行な定常電流が流れている。電流の大きさはともに $I$ で，向きは互いに逆である。また，それぞれの導体内を流れる電流は一様であるとする。真空の透磁率を $\mu_0$，軸からの距離を $r$ として以下の問いに答えよ。

a. アンペールの法則を使って，$r < b$ の点での磁場 (磁界) の大きさを求めよ。

b. $b < r < a$ の点での磁場の大きさを求めよ。

c. $r > a$ の点での磁場の大きさを求めよ。

d. 軸からの距離が $b < r < a$ で，軸方向に長さ $L$ の空間に蓄えられている磁場のエネルギーを求めよ。

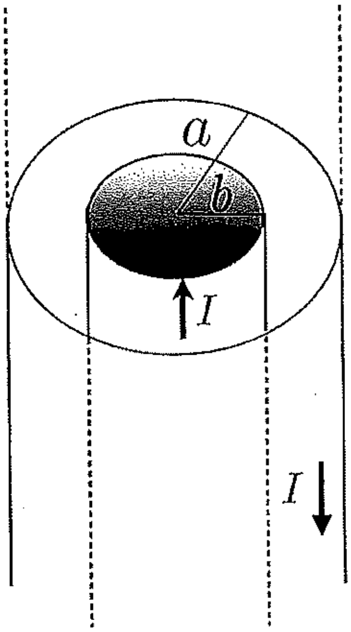


図2

III.

1. 力の場 $\vec{F}$ のポテンシャル $V(r) = -\frac{a}{r} + \frac{b}{r^2} - \frac{c}{r^3}$ がある。ここで，$a$，$b$，$c$ は正の定数である。また，$\vec{r} = (x, y, z)$ を位置ベクトルとして，$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ である。以下の問いに答えよ。

   a. $\vec{F}$ を求めよ。

   b. $\vec{F} = (0, 0, 0)$ となるような $r$ が存在するための条件を求めよ。

2. 物理学で現れる級数について，以下の問いに答えよ。

   a. 領域 $-1 < x < 1$ において自然対数 $\log(1-x)$ を $\log(1-x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ と表すとき，定数係数 $a_n$ を求めよ。

   b. 領域 $-\infty < x < \infty$ において三角関数 $\sin x$ を $\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} b_n (\pi - x)^n$ と表すとき，定数係数 $b_n$ を求めよ。ただし，$\pi$ は円周率である。

   c. べき級数 $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ の定数係数 $c_n$ が次の漸化式で与えられている。

   $$(n+1)(3n+2)c_{n+1} = (2n+3)(3n+4)c_n, \quad c_0 \neq 0$$

   収束半径を $R$ として，この級数は $|x| < R$ で収束する。$R$ を求めよ。

3. 複素行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & x - iy \\ x + iy & 0 \end{pmatrix}$ を考える。ここで，$x$ と $y$ は実数，$i = \sqrt{-1}$ は虚数単位である。以下の問いに答えよ。

   a. 行列 $A$ の固有値をすべて求めよ。

   b. 次の行列 $B$ を求めよ。ここで，$\theta$ は実数である。

   $$B = \begin{pmatrix} e^{-i\theta} & 0 \\ 0 & e^{i\theta} \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} e^{i\theta} & 0 \\ 0 & e^{-i\theta} \end{pmatrix}$$

   c. 行列 $B$ の2行1列成分の実部と虚部をそれぞれ求めよ。