令和３年度

新潟大学理学部第３年次編入学試験

物理学プログラム

筆記試験問題（物理学）

注意事項

１．開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけません。

２．試験開始後，次のものが配布されているか確認してください。
問題冊子１部，解答用紙３枚

３．問題は全部で３題あります。３題すべて解答してください。
各解答用紙に受験番号を記入してください。

４．解答時間は，１２０分です。途中で退席することはできません。

５．試験終了後，問題冊子は各自持ち帰ってください。

I.

図 1 のように静止した直交座標系 S と原点 O を共有し，座標軸が一定の角速度の大きさ ω で反時計回りに回転する直交座標系 S′ を考える。ただし，座標系 S と S′ は同一平面内にあるものとする。ある時刻 t における質量 m の質点 P の座標は静止座標系 S では (x, y)，回転座標系 S′ では (x', y') で表すことにする。$t = 0$ において静止座標系 S と回転座標系 S′ の座標は一致している。質点 P が静止座標系 S において静止している時，以下の問いに答えよ。解答は m, x, y, ω, t のうち必要なものを用いて表せ。

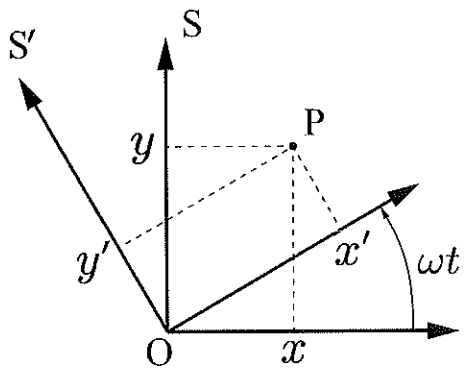

図 1

1. 時刻 t での回転座標系 S′ から見た質点 P の座標 (x', y') を求めよ。

2. 静止座標系 S から見た質点 P の角運動量の大きさを求めよ。

3. 回転座標系 S′ から見た質点 P の見かけ上の角運動量の大きさを求めよ。

次に図 2 のように質点 P が静止座標系 S の x 軸上を正の向きに速さ v で等速度運動する場合を考える。このとき，回転座標系 S′ から見ると，質点 P には静止座標系 S のような慣性系には存在しない見かけ上の力がはたらく。ここで，質点 P の座標は $t=0$ で $x=0, y=0$ とし，以下の問いに答えよ。ただし問 4 ～ 6 について，解答は m, ω, v, t のうち必要なものを用いて表せ。

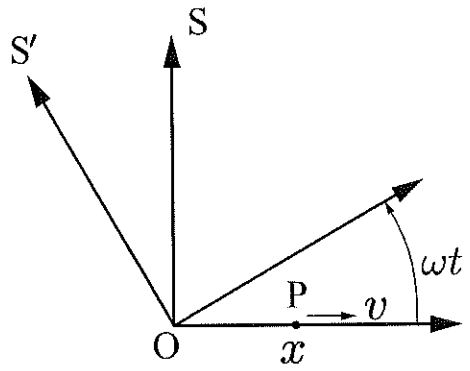

図 2

4. 時刻 t での回転座標系 S′ から見た質点 P にはたらく遠心力の大きさを求めよ。

5. 時刻 t での回転座標系 S′ から見た質点 P の見かけ上の角運動量の大きさを求めよ。

6. 時刻 t での回転座標系 S′ から見た質点 P にはたらく見かけ上のトルクの大きさと向きを求めよ。

7. フーコーは振り子を用いて，地球が自転していることを示す実験を行った。振り子がどのような運動をすることで地球が自転していることを示したのかをコリオリの力という言葉を使って説明せよ。ただし，実験は北極点で行ったものとする。

8. 問 7 の実験を行う場所を北極点から赤道まで緯度を下げていくと振り子の運動にどのような変化が現れるか述べよ。

II.

1. 真空中に半径が r の孤立した導体球があり，電荷量が q の電荷が与えられて帯電している。真空の誘電率を ε_0 として，以下の問いに答えよ。

   a. 導体球の内部における電場の大きさ E について答えよ。

   b. 導体球表面における電場の大きさ E を求めよ。

   c. 問 b で求めた電場 E から導体球表面における電位 ϕ を求めよ。ただし，電位の基準点は無限遠とする。

次に，真空中の互いに十分離れた位置に，半径が r_1, r_2 の 2 つの孤立した導体球（S1, S2）があり，各導体球にはそれぞれ電荷量が q_1, q_2 の電荷が与えられているとする。ここで，図 1 のように，導体球 S1, S2 を細い導線で接続した。接続後，十分に時間が経過したとして，以下の問いに答えよ。ただし，導線上の電荷分布は無視できるものとする。

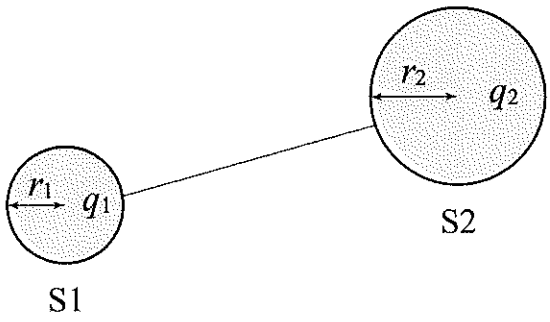

図 1

   d. 接続後，導体球 S1, S2 の各表面における電位はどのようになるか答えよ。

   e. 導体球 S1, S2 の各表面における電場の大きさ E_1, E_2 を求めよ。

2. 図 2 のように，真空中に一辺の長さが l の正方形を考え，その頂点を点 A, B, C, D とする。点 A, B には $+q$ の電荷，点 C, D には $-q$ の電荷がそれぞれ置かれている。ただし，$q>0$ とする。真空の誘電率を ε_0 として，以下の問いに答えよ。

a. 点 A にある $+q$ の電荷に他の点 B, C, D にある 3 つの電荷からはたらくクーロン力の大きさ F_{AB}，F_{AC}，F_{AD} をそれぞれ求めよ。

b. 点 A にある $+q$ の電荷にはたらくクーロン力の合力の大きさ F を求めよ。

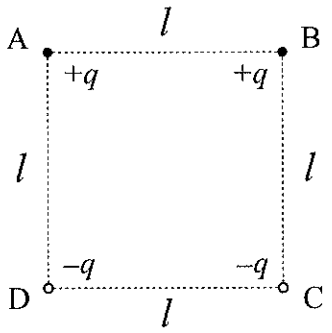

図 2

c. 次に，図 3 のように正方形の中心を原点として，各辺に平行に x 軸，y 軸を取る。さらに，正方形と同一平面内において，x 軸から角度 θ の向きに距離 r だけ離れた場所に点 P がある。点 P での電位 $\phi(r)$ を求めよ。ただし，距離 r は正方形一辺の長さ l に比べて十分に大きい（$r \gg l$）。導出過程では，あるパラメータ t が十分に小さいとき（$t \ll 1$）に成り立つ近似式 $(1+t)^{\alpha} \approx 1+\alpha t$ を用いてよい。

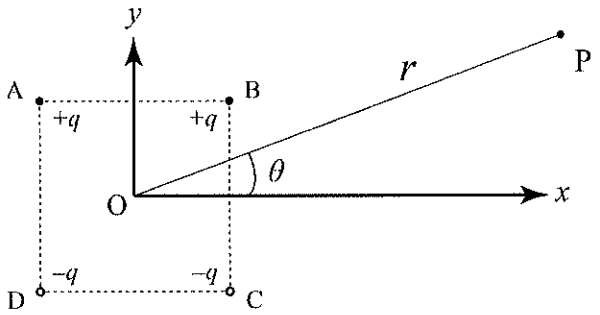

図 3

III.

1. $\vec{r} = (x, y, z)$ を位置ベクトル，$\vec{d} = (a, b, c)$ を定ベクトルとしてベクトル $\vec{v} = \dfrac{\vec{d}}{r}$ を考える。ここで $r = |\vec{r}|$ である。以下の問いに答えよ。

   a. ベクトル $\vec{v}$ の発散 (div $\vec{v}$) を求めよ。
   b. ベクトル $\vec{v}$ の回転 (rot $\vec{v}$) を求めよ。

2. 次の行列 A について考える。

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

   以下の問いに答えよ。

   a. 行列 A の固有値を全て求めよ。
   b. 問 a で求めた各固有値に対する規格化された固有ベクトルを求めよ。

3. ある原子核 A が放射性崩壊をして原子核 B に変化し，原子核 B がさらに崩壊して安定な原子核 C になる場合を考える。A の崩壊定数を λ_1，B の崩壊定数を λ_2 とし，$\lambda_1 \neq \lambda_2$ とする。また，λ_1，λ_2 は共に正とする。時刻 t での原子核 A, B の数を $N_1(t)$, $N_2(t)$ とすると，これらについては次の微分方程式が成り立つ。

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = -\lambda_1 N_1(t) \tag{1}$$

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = -\lambda_2 N_2(t) + \lambda_1 N_1(t) \tag{2}$$

   $t = 0$ で $N_1(0) = N_0$，$N_2(0) = 0$ として，以下の問いに答えよ。

   a. (1) の微分方程式を解いて $N_1(t)$ を求めよ。
   b. $f(t)$ を t についての関数として，$N_2(t) = f(t)e^{-\lambda_2 t}$ と置く。$f(t)$ についての微分方程式を解き，$N_2(t)$ を求めよ。
   c. 原子核 A と原子核 B の単位時間当たりの崩壊数の比

$$R(t) = \frac{\lambda_2 N_2(t)}{\lambda_1 N_1(t)}$$

   を求めよ。また $\lambda_2 \gg \lambda_1$ の場合のグラフの概形を書け。