令和７年度

新潟大学理学部第３年次編入学試験

物理学プログラム

筆記試験問題（物理学）

注意事項

１．開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけません。

２．試験開始後，次のものが配布されているか確認してください。
問題冊子１部，解答用紙３枚

３．問題は全部で３題あります。３題すべて解答してください。
各解答用紙に受験番号を記入してください。

４．解答時間は，１２０分です。途中で退席することはできません。

５．試験終了後，問題冊子は各自持ち帰ってください。

I.

1. 図1のように，水平面となす角がθのなめらかな斜面を質量mの物体がすべり落ちる。物体の位置をxとし，斜面にそってすべり落ちる向きをx軸の正の向きとする。物体には，鉛直下向きに重力と，速度vに比例する空気の抵抗力$-mkv$がはたらいている。ここで，kは正の定数である。重力加速度の大きさをgとし，以下の問いに答えよ。

   a. 位置xに対する運動方程式(2階の微分方程式)を書け。

   b. 問aの運動方程式で$g=0$とした方程式の，vについての一般解を求めよ。

   c. 初期条件を時刻$t=0$で，$x=0$および$v=0$としたとき，問aの運動方程式を解き，vをtの関数として求めよ。

   d. 問cの初期条件のもとで，xをtの関数として求めよ。

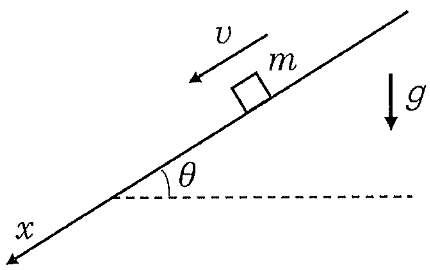


図1

2. 図2のように，真ん中で直角に折れ曲がった長さ $2a$ の棒がある。棒の両端には質量 m の小さなおもりがついている。折れ曲がった点をOとし，点Oを固定して，おもりは紙面内で運動している。この物体は点Oのまわりに面内で自由に回転でき，棒は質量が無視でき，変形しないとする。おもりには紙面内下向きに重力がはたらき，重力加速度の大きさは g である。折れ曲がった棒の角を二等分する直線 (図2の破線) が鉛直線となす角を θ として，以下の問いに答えよ。

a. 棒とおもりを一つの剛体とみなす。この剛体の点Oを通り紙面に垂直な軸まわりの慣性モーメント I を求めよ。

b. 重力による点Oのまわりの力のモーメントの大きさ N を求めよ。

c. θ に対する運動方程式を書け。

d. θ が十分小さいとして，$\sin\theta \approx \theta$ と近似する。問cの運動方程式を解き，振動の周期を求めよ。

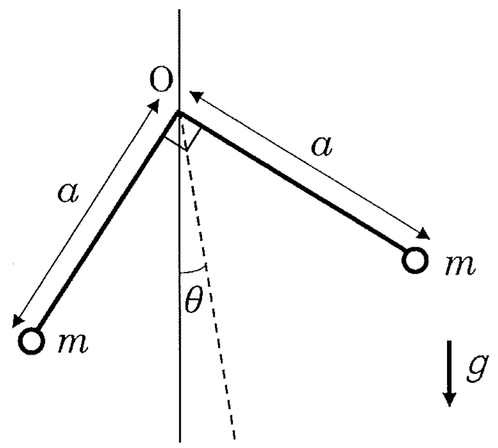


図 2

II.

1. 以下の問いに答えよ。解答にあたっては，計算の過程も簡潔に示すこと。ただし，真空の誘電率は ε_0 とする。

   a. 原点Oに置かれた電気量 q の点電荷が，位置 $\vec{r} = (x, y, z)$ につくる電場 $\vec{E}(\vec{r})$ を書け。また，原点O以外での電場の発散 $\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r})$ を求めよ。

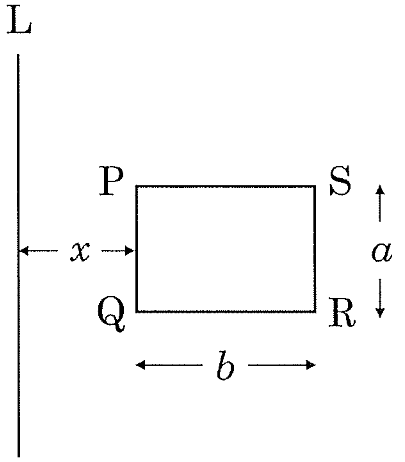
   b. 一様な電場の中に正の電気量 q をもつ点電荷を1個だけ置いた。このとき，点電荷の周囲に生じる電場を表す電気力線を図示せよ。

   c. 無限に広い平面状の導体表面に，一様な面密度 σ で電荷が分布している。このとき，導体の外側に生じる電場の強さ E をガウスの法則を用いて求めよ。

   d. 電気双極子 $\vec{p}$ を一様な電場 $\vec{E}$ に対して垂直に置いた。この状態から $\vec{E}$ と $\vec{p}$ が同じ向きになるように電気双極子をゆっくり回転させた。このときの静電エネルギーの変化量 U を求めよ。ただし，電場の強さを E，電気双極子の大きさを p とする。

   e. 質量 m，電荷 q をもつ荷電粒子が，一様な磁束密度 $\vec{B}$ の中を速度 $\vec{v}$ で運動するときに受ける力 $\vec{F}$ を書け。また，この荷電粒子の運動エネルギーが時間的に一定であることを示せ。

2. 図のように，無限に長い直線状の導線Lと，辺の長さが a, b の長方形の回路PQRSが同じ平面内に置かれている。辺PQは導線に平行であり，導線からの距離は $x(x > 0)$ である。ただし，真空の透磁率は μ_0 とする。以下の問いに答えよ。



図

a. 導線Lに電流 I が流れるとき，導線から距離 r の点における磁束密度の大きさ $B(r)$ をアンペールの法則を用いて求めよ。

b. 回路PQRSを貫く磁束 Φ を求めよ。

c. 導線Lと回路PQRSの相互インダクタンス M を求めよ。

Ⅲ.

1. θ を実数として，$\cosh\theta = \dfrac{e^{\theta}+e^{-\theta}}{2}$，$\sinh\theta = \dfrac{e^{\theta}-e^{-\theta}}{2}$ である。以下の問いに答えよ。

a. $(\cosh\theta)^2 - (\sinh\theta)^2$ を求めよ。

b. θ_1 を $\sinh\theta_1 = 1$ を満たす実数とする。自然対数を用いて θ_1 を表せ。

c. 定積分 $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$ を求めよ。ただし，必要ならば $x = \sinh\theta$ として置換積分せよ。

2. ベクトル場 $\vec{A}(\vec{r}) = \left(\dfrac{-ay}{x^2+y^2},\ \dfrac{ax}{x^2+y^2},\ 0\right)$ について，以下の問いに答えよ。ただし，a は正の定数，$\vec{r} = (x,\ y,\ z)$ は位置ベクトルで，$x^2+y^2 \neq 0$ とする。

a. $\vec{A}(\vec{r})$ の発散 $\vec{\nabla}\cdot\vec{A}(\vec{r})$ を求めよ。

b. $\vec{A}(\vec{r})$ の回転 $\vec{\nabla}\times\vec{A}(\vec{r})$ を求めよ。

3. 以下の問いに答えよ。

a. $X\begin{pmatrix} 1 & -2i \\ 3i & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3i \\ 1 & -2i \end{pmatrix}$ を満たす行列 X を求めよ。ただし，$i = \sqrt{-1}$ は虚数単位である。

b. 行列 $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ -a^2 & -a \end{pmatrix}$ の固有値をすべて求めよ。ただし，a は実数である。

4. 次の微分方程式の解 $y(x)$ を求めよ。

$$\frac{d^2y(x)}{dx^2} + 2\frac{dy(x)}{dx} + 2y(x) = 0,\quad y(0) = 0,\quad \left.\frac{dy(x)}{dx}\right|_{x=0} = 1$$