I. 解答例

1. a. 垂直抗力，$N = mg\cos\theta$

   b. 加速度が $g\sin\theta$ で，初速度が 0 なので，時間 t の間に動く距離は $x = \frac{1}{2}gt^2\sin\theta$ である。よって，x 進むのにかかる時間は $t = \sqrt{\dfrac{2x}{g\sin\theta}}$ である。

   c. 角度が θ_0 になるまで静止していたので，重力と摩擦力はつりあっていた。摩擦力が最大になるときに，$mg\sin\theta_0 = \mu N$ を満たすので，垂直抗力 $N = mg\cos\theta_0$ を代入すると，静止摩擦係数は，$\mu = \tan\theta_0$

   d. 斜面を上るときの加速度は，進行方向を正として，$-g\sin\theta - \mu' g\cos\theta$，初速度 v_0 の等加速度運動の場合，止まるまでに進む距離を x とすると，$0^2 - v_0^2 = 2(-g\sin\theta - \mu' g\cos\theta)x$ を満たす。よって，

$$x = \frac{v_0^2}{2g(\sin\theta + \mu'\cos\theta)}$$

   e. $\theta > \theta_0$ の場合，斜面を下るときの加速度は $g\sin\theta - \mu' g\cos\theta$ なので，初速度ゼロですべりだして x 進んだ時の速さ v は，$v^2 - 0^2 = 2(g\sin\theta - \mu' g\cos\theta)x$ によって得られる。よって，$v^2 = \dfrac{g\sin\theta - \mu' g\cos\theta}{g\sin\theta + \mu' g\cos\theta}\, v_0^2$。したがって，

$$v = \sqrt{\frac{\sin\theta - \mu'\cos\theta}{\sin\theta + \mu'\cos\theta}}\, v_0$$

   f. $\theta < \theta_0$ の場合，質点が静止すると，質点にはたらく重力の斜面方向成分が最大静止摩擦力より小さいので，質点は静止した状態でつりあい，降下してこない。

2. a. 角速度が ω のとき向心力は $mr\omega^2$。周期 T は $\omega T = 2\pi$ なので，向心力を T で表すと，$\dfrac{4\pi^2 mr}{T^2}$

   b. ばねの伸びを x として，おもりがばねから受ける力の大きさは kx なので，鉛直方向の力のつりあいの式は，$kx\cos\theta = mg$

c. 前問より，$x = mg/(k\cos\theta)$。固定した点からおもりまでの距離は，

$$\frac{r}{\sin\theta} \;=\; L + x \;=\; L + \frac{mg}{k\cos\theta}$$

よって，円運動の半径は，

$$r \;=\; L\sin\theta + \frac{mg\tan\theta}{k}$$

d. 向心力について，$mr\omega^2 = kx\sin\theta$。問 b. の結果を代入して，$mr\omega^2 = mg\tan\theta$
よって，$\omega^2 = \dfrac{g}{r}\tan\theta = \dfrac{g}{L\cos\theta + mg/k}$。周期は，

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L\cos\theta + mg/k}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{L\cos\theta}{g} + \frac{m}{k}}$$

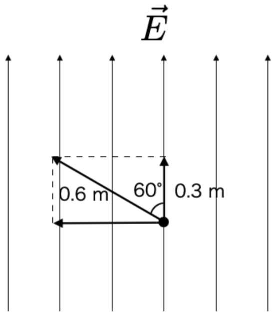
e. (i) 運動エネルギーは，おもりの速さを v として，
$\dfrac{m}{2}v^2 = \dfrac{m}{2}r^2\omega^2 = \dfrac{m}{2}rg\tan\theta = \dfrac{mg\tan\theta}{2}\left(L\sin\theta + \dfrac{mg\tan\theta}{k}\right)$

(ii) ばねに蓄えられたエネルギーは，ばねの伸びを x として，
$\dfrac{k}{2}x^2 = \dfrac{k}{2}\left(\dfrac{mg}{k\cos\theta}\right)^2$

II. 解答例

1. a. 電気力線の向きに移動させた際に外力が正の仕事をしているので電荷は負。

   b. 電場による力は電気力線方向にのみ作用しているため垂直方向の移動に関する仕事は 0。仕事と移動距離の関係から小球に働く力は $0.36/(0.6\cos(60^\circ))= 1.2$ N。電場中で電荷が受ける力の関係式から電場 $E = 1.2/(4.0\times10^{-3}) = 3.0\times10^2$ N/C もしくは V/m。



   c. 電気力線に垂直方向は等電位であるため平行方向のみを考えると，電位差の大きさは $\Delta V = 3.0 \times 10^2 \times 0.3 = 90$ V。始点のほうが終点より電位が高いため $V = -90$ V

   d. 電場に平行な成分を考えると，小球は電場から力を受けて加速度 $1.2/(20 \times 10^{-3}) = 60$ m/s^2 で等加速度運動をする。よって時刻 t の間に移動する距離は $1/2 \times 60t^2$ m。元の点を通過するためこの距離は 0.3 m に等しいので $t = 0.1$ s。（垂直成分で力の大きさ $1.2\sqrt{3}$ N，移動距離 $0.3\sqrt{3}$ m で解いても答えは同じ）

   e. 点 A を通ることから垂直方向の外力の大きさを F とすると $F/1.2 = \tan 60^\circ$ より $F = 1.2\sqrt{3}$ N。この力で静止した状態から 0.1 秒間加速されるので速さの電場に垂直な方向の成分は $6\sqrt{3}$ m/s。電場に平行な成分は $1.2/(20\times10^{-3})\times0.1 = 6$ m/s。よって求める速さは 12 m/s。

2. a. スイッチが E_1 側に接続されているとき，抵抗線の抵抗値を R とおくと EAB の回路に流れる電流は $I = E_1/(0.400R) = E/R$。よって $E_1 = 0.400E$。同様に $E_2 = 0.600E$。

b. 前問の関係式から $E_2 = 0.6E_1/0.4$。$E_1 = 20.0$ V より，$E_2 = 30.0$ V。

c. R_1, R_2 に流れる電流をそれぞれ I_1, I_2 として抵抗線の抵抗値を R とおくと $0.4RI_1 = 50I_2$，$0.6RI_1 = R_2I_2$。この連立方程式を解いて $R_2 = 75.0\ \Omega$。

d. R_1, R_2 に流れる電流をそれぞれ I'_1, I'_2 として前問と同様に $0.32RI'_1 = 50I'_2$，$0.68RI'_1 = R_2I'_2$ から，温度が変わった後の抵抗値は，$R_2 = 25\times17/4\ \Omega$ である。抵抗の温度変化の式に抵抗と α の値を代入すると，$25\times17/4 = 75(1+4t\times10^{-3})$。よって $t = 1250/12 = 1.04 \times 10^2$ °C。

e. 計器に電流が流れず，その影響を無視できるため。

Ⅲ. 解答例

1. a. d_1 と d_2 の差は波長の 1/2 倍に等しいので，波長は $\lambda = 2(d_2 - d_1)$

   b. d_1 と波長の 1/4 の差の分だけ，音波の腹の部分が管の口から出ている。開口端補正を Δ とすると，

$$\Delta = \frac{2(d_2 - d_1)}{4} - d_1 = \frac{d_2 - 3d_1}{2}$$

   c. 次の共鳴は，さらに波長の 1/2 倍だけ低い水面 d_3 で生じる。

$$d_3 = d_2 + (d_2 - d_1) = 2d_2 - d_1$$

   d. d_3 よりも水位を下げた時には共鳴が生じていないので，定在波の節はできずに開口分は腹となる。よって管の全長を L とすれば両端の開口端補正を考慮して，

$$\Delta + L + \Delta = \frac{\lambda}{2} \times 3$$
$$L = 2d_2$$

2. a. $n \sin 60^\circ \geq 1$ が全反射の条件なので，$n \geq \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

   b. 点 R への入射角は 30° なので， $n \sin 30^\circ \geq 1$ から，$n \geq 2$ となる。これは点 Q で全反射する条件を満たす。

   c. $n = \sqrt{3}$ は，問 a. の全反射の条件を満たし，問 b. の全反射の条件を満たさないので，点 R から屈折して出ていく。その屈折角 θ は

$$\frac{\sin 30^\circ}{\sin \theta} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$
$$\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\theta = 60^\circ$$

   なお，点 R で光の一部は反射する。その光は面 BC に垂直に入射するため，屈折することなく出ていく。

3. a. 温度 t で平衡状態になるので，容器の失う熱量と，水が受け取る熱量が等しいとして，

$$MC_1(T_1 - t) = mC(t - T_2)$$

$$MC_1T - MC_1t = mCt - mCT_2$$

$$t = \frac{MC_1T_1 + mCT_2}{MC_1 + mC}$$

b. 温度 T で平衡状態になるので，銅の球体の失う熱量と，銅製容器と水が受け取る熱量が等しいとして，

$$M_0C_1(T_0 - T) = MC_1(T - t) + mC(T - t)$$

$$\{M_0(T_0 - T) - M(T - t)\}C_1 = mC(T - t)$$

$$C_1 = \frac{mC(T - t)}{M_0(T_0 - T) - M(T - t)}$$

c. 0.38 J/(g·K)× 10.5 K × 100 g= 399 J =4.0 $\times 10^2$ J

d. 問 b の答えを変形して，数値を代入する。

$$\begin{aligned} T &= \frac{M_0C_1T_0 + (MC_1 + mC)t}{MC_1 + mC + M_0C_1} \\ &= \frac{(100 \times 0.38 \times 100) + (100 \times 0.38 \times 25) + (95 \times 4.2 \times 25)}{(100 \times 0.38) + (95 \times 4.2) + (100 \times 0.38)} \\ &= \frac{3800 + 950 + 9975}{38 + 399 + 38} = \frac{38 \times (100 + 25 + 262.5)}{38 \times (1 + 10.5 + 1)} \\ &= 31\ ^\circ\mathrm{C} \end{aligned}$$