# I．解答例

1. 板の長さを $L$ とおく

a. 壁から板に働く垂直抗力の大きさを $N$ とする。板が床と接する場所を中心とした力のモーメントのつり合いより

$$N\,L\,\cos\theta = m\,g\,\frac{L}{2}\,\sin\theta$$

よって，

$$N = \frac{1}{2}\,m\,g\,\tan\theta$$

b. 床からはたらく摩擦力の大きさを $f$ とする。水平方向の力のつり合いから

$$f = N = \frac{1}{2}\,m\,g\,\tan\theta$$

c. 水平方向の力のつり合いに必要な摩擦力が最大静止摩擦力より小さいことから

$$\frac{1}{2}\,m\,g\,\tan\theta < \mu\,m\,g$$

$$\mu > \frac{1}{2}\,\tan\theta$$

d. 力のモーメントのつり合いより，壁からの垂直抗力を $N'$ とすると

$$N'\,L\,\cos\theta = m\,g\,\frac{L}{2}\,\sin\theta + F\,L\,\sin\theta$$

水平方向の力のつり合いより，必要な摩擦力を $f'$ とすると

$$f' = N' = \left(\frac{1}{2}m\,g + F\right)\tan\theta$$

鉛直方向の力のつり合いから床からの垂直抗力が $m\,g + F$ となるため，力の大きさが $F$ のときに必要な摩擦力がちょうど最大静止摩擦力と等しいことから

$$f' = \mu\,(m\,g + F)$$

よって

$$\mu = \frac{\frac{1}{2}m\,g + F}{m\,g + F}\,\tan\theta$$

2.

a. $x$ 方向は初速 $v\cos\theta$ で等速運動，$y$ 方向は初速 $v\sin\theta$ で下方に $g$ の等加速度運動

$$x = v\,t\,\cos\theta$$
$$y = v\,t\,\sin\theta - \frac{1}{2}\,g\,t^2$$

b. 問 a の 2 つの式から $t$ を消去する

$$y = x\,\tan\theta - \frac{1}{2}\,\frac{g\,x^2}{v^2\,\cos^2\theta}$$

上に凸の放物線に沿って運動することがわかる

c. $x = d$ のときに $y = H$ なので

$$H = d\,\tan\theta_0 - \frac{1}{2}\,\frac{g\,d^2}{v^2\,\cos^2\theta_0}$$

よって

$$v^2 = \frac{g\,d^2}{2(d\,\tan\theta_0 - H)\,\cos^2\theta_0}$$

d. $x = d$ のときに $y = H$ なので $\dfrac{1}{\cos^2\theta} = \tan^2\theta + 1$ を用いて

$$H = d\,\tan\theta - \frac{1}{2}\,\frac{g\,d^2}{v_0^2\,\cos^2\theta} = d\,\tan\theta - \frac{1}{2}\,\frac{g\,d^2}{v_0^2}\,(\tan^2\theta + 1)$$

よって

$$\tan\theta = \frac{v_0^2 \pm \sqrt{v_0^4 - 2\,g\,H\,v_0^2 - g^2\,d^2}}{g\,d}$$

プラスマイナスに対応して 2 つの解がある

e. 小球が的に当たるためには，問 d の答えが実数であることが必要だから

$$v_0^4 - 2\,g\,H\,v_0^2 - g^2\,d^2 \geqq 0$$

この式は $v_0^2$ の二次不等式なので

$$v_0^2 \geqq g\,H + \sqrt{g^2\,H^2 + g^2\,d^2} \quad \text{または} \quad v_0^2 \leqq g\,H - \sqrt{g^2\,H^2 + g^2\,d^2}$$

$v_0^2 > 0$ なので

$$v_0^2 \geqq g\,H + \sqrt{g^2\,H^2 + g^2\,d^2}$$

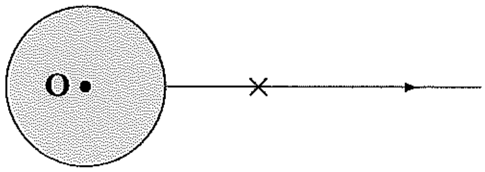
が必要（初速が十分大きくないとどんな $\theta$ でも的まで届かない）

つまり

$$A = g\,H + \sqrt{g^2\,H^2 + g^2\,d^2}$$

## Ⅱ. 解答例

1. a. 図が満たすべき点：電気力線は，導体球の内部にはなく，導体球の表面では垂直外向き。導体球の外側ではまっすぐのびる。




   b. 導体球の内部には電気力線がないので，電場の大きさは 0 である。

   c. 電気力線の総数が $N = 4\pi k_0 Q$ なので，電場の大きさは $E = \dfrac{N}{4\pi r^2} = \dfrac{k_0 Q}{r^2}$ である。

2. a. 磁場の大きさは $\dfrac{I}{2a}$，向きは紙面の裏から表への向き。

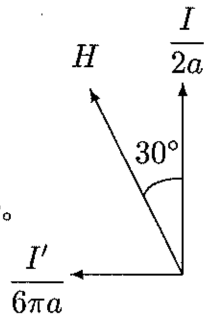
   b. 磁場の大きさを $H$ とすると，$H\cos 30^\circ = \dfrac{I}{2a}$ が成り立つ。

   $\therefore\ H = \dfrac{I}{2a\cos 30^\circ} = \dfrac{I}{\sqrt{3}\,a}$

   c. 導線 2 の電流の大きさを $I'$ とすると，$H\sin 30^\circ = \dfrac{I'}{2\pi(3a)}$ が成り立つ。

   $\therefore\ I' = 6\pi a \times H \times \sin 30^\circ = 6\pi a \times \dfrac{I}{\sqrt{3}a} \times \dfrac{1}{2} = \sqrt{3}\pi I$

   補足：$I$ と $I'$ がそれぞれつくる磁場と $H$ との関係は，図のようになる。




3. a. 小物体が磁場から受ける力の大きさは $qvB$。磁場から受ける力の向きと運動方向が垂直であるため．単位時間に磁場が小物体にする仕事の大きさは 0。

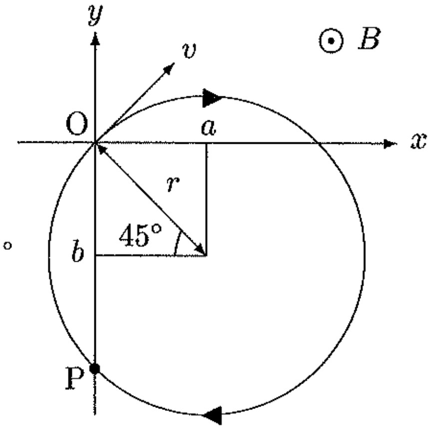
   b. 小物体は図のように，速さ $v$ の等速円運動を行う。

   遠心力とローレンツ力のつり合いの式より，

   $m\dfrac{v^2}{r} = qvB$。　$\therefore\ r = \dfrac{mv}{qB}$。

   図より，$a = \dfrac{r}{\sqrt{2}} = \dfrac{mv}{\sqrt{2}qB}$，　$b = -\dfrac{r}{\sqrt{2}} = -\dfrac{mv}{\sqrt{2}qB}$。

   補足：図のように，円運動の向きは時計回り。




$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

   c. 時刻 $t = 0$ に O を通過後，円周長の 3/4 の距離を移動した時刻 $T$ に，図の P 点で $y$ 軸を横切る。

   $T = \dfrac{3}{4} \times \dfrac{2\pi r}{v} = \dfrac{3\pi m}{2qB}$。

III. 解答例

1. a. 距離は，$\overline{\mathrm{PQ}} = (V - v)t\,[\mathrm{m}]$

b. 音源 P と観測装置 Q の間に $f\,t$ 個の波があるため，

波長は，$\lambda = \dfrac{(V - v)t}{f\,t} = \dfrac{V - v}{f}\,[\mathrm{m}]$

c. 振動数は $f_1 = V/\lambda$ より得られるため，$f_1 = \dfrac{V}{V - v} f\,[\mathrm{Hz}]$

d. 平面上でも PQ 間の距離の変化を考えればよいので，問 c の解と速さ $v$ の PQ 方向の成分 $v\cos\theta$ より，

$$f_2 = \frac{V}{V - v\cos\theta} f\,[\mathrm{Hz}]$$

e. P が音波を発してから Q で観測されるまでの時間を $\Delta t'\,[\mathrm{s}]$ とすると，この間に P は原点 O まで到達するため，

$\overline{\mathrm{PQ}} = V\Delta t'\,[\mathrm{m}]$，$\overline{\mathrm{PO}} = v\Delta t'\,[\mathrm{m}]$，ゆえに，$\cos\theta' = \dfrac{\overline{\mathrm{PO}}}{\overline{\mathrm{PQ}}} = \dfrac{v}{V}$

f. 問 d, e の結果より，$f_3 = \dfrac{V}{V - v\cos\theta'} f = \dfrac{V}{V - v(v/V)} f = \dfrac{V^2}{V^2 - v^2} f\,[\mathrm{Hz}]$

2. a. 衝突前後では線分OQに平行な速度成分のみが変化するため，運動量の変化の大きさは，$mv\cos\theta-(-mv\cos\theta)=2mv\cos\theta$

b. 次の衝突点までの移動距離は半径$r$を2辺とする二等辺三角形の底辺にあたるため，$2r\cos\theta$

また，気体分子は時間$\Delta t$に距離$v\Delta t$を進み，距離$2r\cos\theta$を進むごとに衝突するため，時間$\Delta t$あたりの衝突回数は，$\dfrac{v\Delta t}{2r\cos\theta}$

c. 問a, bの結果より，時間$\Delta t$に容器の壁が受ける力積$I$は

$I=\dfrac{v\Delta t}{2r\cos\theta}\cdot 2mv\cos\theta=\dfrac{mv^2\Delta t}{r}$ となるため，

平均した力の大きさは，$f=\dfrac{I}{\Delta t}=\dfrac{mv^2}{r}$

d. 問cの結果より，$N$個の気体分子が容器の壁に与える力は$F=\dfrac{Nm\overline{v^2}}{r}$となり，

壁の面積が$4\pi r^2$なので，$p=\dfrac{F}{4\pi r^2}=\dfrac{Nm\overline{v^2}}{4\pi r^3}=\dfrac{Nm\overline{v^2}}{3V}\quad\left(\because V=\dfrac{4\pi r^3}{3}\right)$

e. 問dの結果より，$K=\dfrac{1}{2}m\overline{v^2}=\dfrac{3pV}{2N}=\dfrac{3RT}{2N_{\mathrm{A}}}\quad\left(\because pV=\dfrac{N}{N_{\mathrm{A}}}RT\right)$