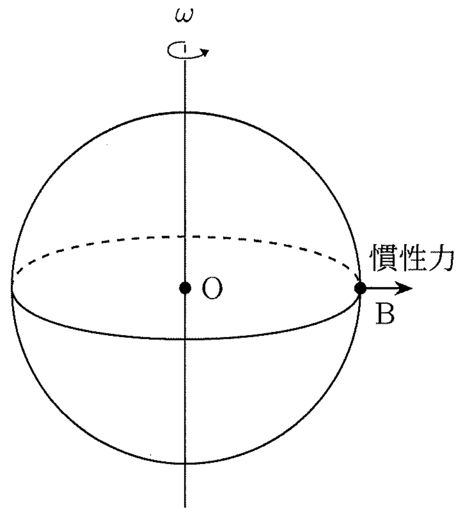
I. 解答例

1. a. 小球にはたらく万有引力の大きさは $\dfrac{GMm}{R^2}$ である。

   b. 運動方程式から $mg_A = \dfrac{GMm}{R^2}$ を得る。したがって，$g_A = \dfrac{GM}{R^2}$ と求まる。

2. a. 半径 R，角速度 ω の等速円運動をしている。したがって，加速度の大きさは $R\omega^2$ と求まる。

   b. 小球の質量が m であることも考慮して，慣性力の大きさは $mR\omega^2$ である。また，その向きは下図のとおり。



   c. 運動方程式から $mg_B = \dfrac{GMm}{R^2} - mR\omega^2$ を得る。したがって，$g_B = \dfrac{GM}{R^2} - R\omega^2$ と求まる。

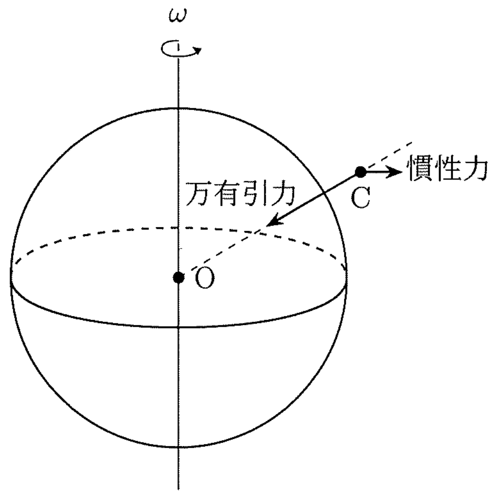
   d. 前問までの結果から $g_A - g_B = R\omega^2$ である。したがって，$R = 6.4 \times 10^6$ m，$\omega = 7.3 \times 10^{-5}$ rad/s を代入して，以下を得る。

$$g_A - g_B = R\omega^2 = 6.4 \times 10^6 \times (7.3 \times 10^{-5})^2 \ \mathrm{m} \cdot (\mathrm{rad/s})^2 \fallingdotseq 3.4 \times 10^{-2} \ \mathrm{m/s^2}$$

3. a. 地球の中心から地点Cまでの距離は $R + h$ となる。また，北緯30度における自転運動は，半径 $R\cos\dfrac{\pi}{6} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}R$ 上の等速円運動となる。したがって，それぞれ以下のとおり。

$$\text{万有引力の大きさ：} \frac{GMm}{(R+h)^2}, \quad \text{慣性力の大きさ：} \frac{\sqrt{3}}{2}mR\omega^2$$

b.　下図のとおり。



c. 慣性力の地球の中心方向への大きさは $\dfrac{\sqrt{3}}{2}mR\omega^2 \times \cos\dfrac{\pi}{6} = \dfrac{3}{4}mR\omega^2$ で与えられる。これより，運動方程式から $mg_C = \dfrac{GMm}{(R+h)^2} - \dfrac{3}{4}mR\omega^2$ を得る。したがって，以下を得る。

$$g_C = \frac{GM}{(R+h)^2} - \frac{3}{4}R\omega^2 = \frac{GM}{R^2}\left(1+\frac{h}{R}\right)^{-2} - \frac{3}{4}R\omega^2 \simeq \frac{GM}{R^2}\left(1-\frac{2h}{R}\right) - \frac{3}{4}R\omega^2$$

d. 前問までの結果から $g_A - g_C = \dfrac{2h}{R}\dfrac{GM}{R^2} + \dfrac{3}{4}R\omega^2$ を得る。これに，$\dfrac{GM}{R^2} = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$，$R = 6.4\times 10^6\ \mathrm{m}$，$\omega = 7.3\times 10^{-5}\ \mathrm{rad/s}$，$h = 8.8\times 10^3\ \mathrm{m}$ を代入して，以下を得る。

$$\begin{aligned} g_A - g_C &= \frac{2h}{R}g_A + \frac{3}{4}R\omega^2 \\ &= \left(\frac{2\times 8.8\times 10^3}{6.4\times 10^6}\times 9.8 + \frac{3}{4}\times 6.4\times 10^6 \times (7.3\times 10^{-5})^2\right)\ \mathrm{m/s^2} \\ &\fallingdotseq 5.3\times 10^{-2}\ \mathrm{m/s^2} \end{aligned}$$

したがって，問 2 d の結果も考慮すると，g_A, g_B, g_C の大小の順序について，以下の結果が得られる。

$$g_C < g_B < g_A$$

II. 解答例

1.

a. オームの法則より $\dfrac{E}{R}$.

b. 導体棒にかかる力は IBL.

c. 速さが一定ということは磁場から受ける力と重力が釣り合っているので，$IBL = mg$. よって $I = \dfrac{mg}{BL}$.

d. 導体棒の速さが v なので，導体棒で生じる誘導起電力は vBL. 回路全体では $E + vBL = RI$ が成立するので，ここに $I = \dfrac{mg}{BL}$ を代入すると

$$E + vBL = \frac{mgR}{BL}$$

となるので，

$$v = \frac{mgR - EBL}{B^2L^2}$$

を得る。

2. a. $I = I_0 \sin \omega t$ なので，コイルにかかる電圧は $V_L = \omega L I_0 \sin\left(\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right)$，コンデンサーにかかる電圧は $V_C = \dfrac{I_0}{\omega C} \sin\left(\omega t - \dfrac{\pi}{2}\right)$ なので，

コイルにかかる電圧は電流よりも位相が進んでいる。

コンデンサーにかかる電圧は電流よりも位相が遅れている。

b. コイルにかかる電圧とコンデンサーにかかる電圧は上のような関係があるので

$$\omega t + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$$

の時，コイルの電圧は最大となる。このとき，コンデンサーに加わる電圧は最小となり，そのときの電圧は

$$-\frac{I_0}{\omega C}$$

である。

c. 抵抗に加わる電圧は $RI_0 \sin\omega t$ と書けるので，回路全体に加わる電圧は，

$$V = RI_0 \sin\omega t + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) I_0 \cos\omega t$$

となる。$R = 1.0\times10^2\ \Omega$, $\omega L = 2.0\times10^2\ \Omega$, $\dfrac{1}{\omega C} = 1.0\times10^2\ \Omega$, $I_0 = 1.0\times10^{-1}$ A なので，

$$V = 10\ \mathrm{V} \times (\sin\omega t + \cos\omega t)$$

を得る。
$\cos\omega t = \sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \omega t\right)$ であることと，$\sin A + \sin B = 2\sin\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$ から $\sin\omega t + \cos\omega t = \sqrt{2}\cos\left(\omega t - \dfrac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\omega t + \dfrac{\pi}{4}\right)$ であることがわかる。
よって

$$\begin{aligned} V &= 10\ \mathrm{V} \times \sqrt{2}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) \\ &\fallingdotseq 14\ \mathrm{V} \times \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) \end{aligned}$$

となるので，全インピーダンスは $1.4 \times 10^2\ \Omega$ であることがわかる。

d. 前問の結果から $\tan\alpha = \tan\dfrac{\pi}{4} = 1$ を得る。

Ⅲ. 解答例

1. a. 理想気体の状態方程式 $p_1V_1 = RT_1$ より，$T_1 = \dfrac{p_1V_1}{R}$ である。

   b. 定圧変化なので，$W = p_1(V_2 - V_1)$ である。

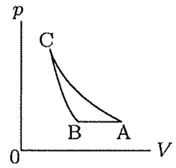
   Q は内部エネルギーの変化と W の和に等しい。状態 B の温度は $T_2 = \dfrac{p_1V_2}{R}$ なので，$Q = C_V(T_2 - T_1) + W = \left(\dfrac{C_V}{R} + 1\right)p_1(V_2 - V_1)$ である。

   c. 断熱変化では内部エネルギーの変化と W' の和は 0 なので，

   $W' = -C_V(T_1 - T_2) = \dfrac{C_V}{R}p_1(V_2 - V_1)$ である。

   d. イ，エ。

   e.



2. a. 反射板とともに運動する人が観測する振動数は $f' = \dfrac{V+v}{V}f_0$〔Hz〕なので，

   $f = \dfrac{V}{V-v}f' = \dfrac{V+v}{V-v}f_0$〔Hz〕である。

   b. $f > f_0$ なので，1秒間あたりのうなりの回数は $n = f - f_0 = \dfrac{2vf_0}{V-v}$ 回である。

3. a. 腹と節の間隔は $\dfrac{L}{4}$，節と節の間隔は $\dfrac{L}{2}$ である。$x = \dfrac{3L}{2}$ の場所が腹なので，節の位置は x の大きい順に，$\dfrac{5L}{4}$，$\dfrac{3L}{4}$，$\dfrac{L}{4}$，$-\dfrac{L}{4}$ である。

   b. 変位が $-2A$ になれる場所は定常波の腹のみである。時刻 $\dfrac{T}{4}$ から時刻 $\dfrac{2T}{3}$ までの経過時間は $\dfrac{2T}{3} - \dfrac{T}{4} = \dfrac{5T}{12}$，位相の変化は $\dfrac{2\pi}{T} \times \dfrac{5T}{12} = \dfrac{5\pi}{6}$ である。時刻 $\dfrac{T}{4}$ での腹の位相を $-\dfrac{\pi}{2}$，時刻 $\dfrac{2T}{3}$ での定常波の変位を y とすると，

   $y = 2A\sin\left(-\dfrac{\pi}{2} + \dfrac{5\pi}{6}\right) = 2A\sin\dfrac{\pi}{3} = \sqrt{3}A$ である。